

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № МодЭ–01 ПО ИЗУЧЕНИЮ МОДЕЛЕЙ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Движение заряженной частицы в перпендикулярных электрическом и магнитном полях

Цель работы: изучение движения заряженной частицы в однородных стационарных взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях. Определение отношения заряда частицы к ее массе.

1. Теоретическое содержание

Большой интерес, как с теоретической, так и с практической точек зрения, представляет изучение движения заряженных частиц в стационарных однородных электрическом и магнитном полях.

Электрическое поле называется *однородным* и *стационарным*, если напряженность поля \vec{E} во всех точках пространства одинакова и не меняется со временем, как по модулю, так и по направлению. **Магнитное поле** называется *однородным* и *стационарным*, если индукция поля \vec{B} во всех точках пространства одинакова и не меняется со временем, как по модулю, так и по направлению.

В курсе общей физики подробно рассмотрены особенности движения нерелятивистской частицы массой m и зарядом q отдельно в однородном стационарном электрическом поле и в однородном стационарном магнитном поле.

Если частица движется и в электрическом, и в магнитном поле, на нее действует сила $\vec{F}_{эл} = q\vec{E}$ со стороны электрического поля и сила $\vec{F}_{маг} = q[\vec{v} \vec{B}]$ со стороны магнитного поля (сила Лоренца). Предположим, что влияние других сил (гравитационных, сил трения) на частицу пренебрежимо мало. Тогда, согласно второму закону Ньютона, изменение импульса частицы $m\vec{v}$ обусловлено действием сил $\vec{F}_{эл}$ и $\vec{F}_{маг}$

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}_{эл} + \vec{F}_{маг}.$$

Учитывая нерелятивистский характер движения, уравнение движения можно записать в виде

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} + q[\vec{v} \vec{B}].$$

В декартовой системе координат в проекциях на оси OX, OY, OZ движение частицы описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = \frac{q}{m} E_x + \frac{q}{m} (v_y B_z - v_z B_y), \\ \frac{dv_y}{dt} = \frac{q}{m} E_y + \frac{q}{m} (v_z B_x - v_x B_z), \\ \frac{dv_z}{dt} = \frac{q}{m} E_z + \frac{q}{m} (v_x B_y - v_y B_x). \end{cases}$$

Так как и электрическое и магнитное поля стационарны, каждое из них характеризуется единственным направлением векторов \vec{E} и \vec{B} , соответственно. Полученная система уравнений может быть существенно упрощена специальным выбором системы координат XYZ, в которой направление напряженности электрического и направление индукции магнитного полей совпадают с направлениями осей координат.

1.1. Уравнения движения заряженной частицы во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях

Если частица движется во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях ($\vec{E} \perp \vec{B}$), систему координат XYZ удобно выбрать следующим образом. Направим ось OZ вдоль направления вектора индукции магнитного поля \vec{B} , а ось OY – вдоль направления напряженности электрического поля \vec{E} . Начало координат совместим с положением частицы в начальный момент времени (рис. 1). В выбранной системе координат вектор напряженности электрического поля $\vec{E}(0, E, 0)$ имеет только одну отличную от нуля проекцию: $E_y = E$, $E_x = E_z = 0$. Вектор магнитной индукции $\vec{B}(0, 0, B)$ имеет тоже только одну отличную от нуля проекцию: $B_z = B$, $B_x = B_y = 0$. Координаты частицы в начальный момент времени равны нулю: $x(0) = y(0) = z(0) = 0$.

Тогда система уравнений, описывающая движение заряженной частицы массой m и зарядом q во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях, в декартовой системе координат XYZ примет вид

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = \frac{q}{m} v_y B, \\ \frac{dv_y}{dt} = \frac{q}{m} E - \frac{q}{m} v_x B, \\ \frac{dv_z}{dt} = 0. \end{cases}$$

Из уравнения для v_z видно, что скорость частицы вдоль направления OZ не изменяется со временем. Если в начальный момент времени Z-компонента скорости частицы $v_z(0)$ была равна нулю, то движение будет происходить в плоскости XOY. Если в выбранной системе отсчета частица имеет отличную от нуля Z-компоненту скорости частицы $v_z(0)$, можно перейти к другой

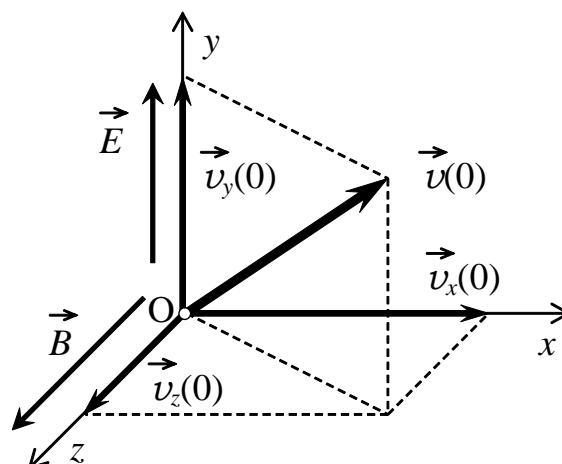


Рис. 1

инерциальной системе отсчета, движущейся относительно первой с постоянной скоростью, равной $\vec{v}_z(0)$. Тогда в новой системе координат частица будет иметь скорость в направлении OZ $v_z(0)$ равную нулю. Таким образом, движение заряженной частицы во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях является плоским.

Для дальнейшего изучения будем считать, что система отсчета выбрана таким образом, что Z-компонента начальной скорости частицы $v_z(0) = 0$ равна нулю. Тогда траектория частицы будет лежать в плоскости XOY и описываться системой уравнений

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = \frac{q}{m} v_y B, \\ \frac{dv_y}{dt} = \frac{q}{m} E - \frac{q}{m} v_x B, \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \frac{1}{(q/m)B} \frac{dv_x}{dt} = v_y, \\ \frac{dv_y}{dt} = \frac{q}{m} E - \frac{q}{m} v_x B. \end{cases}$$

Чтобы решить систему уравнений, продифференцируем первое уравнение по времени и подставим во второе

$$\frac{1}{(q/m)B} \frac{d^2 v_x}{dt^2} = \frac{dv_y}{dt} = \frac{q}{m} E - \frac{q}{m} v_x B,$$

получим дифференциальное уравнение второго порядка для одной неизвестной v_x

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} = -\left(\frac{q}{m} B\right)^2 v_x + \left(\frac{q}{m}\right)^2 E \cdot B$$

или

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} = -\left(\frac{q}{m} B\right)^2 \left(v_x - \frac{E}{B}\right).$$

Введем замену переменных $u_x = v_x - \frac{E}{B}$. Тогда дифференциальное

уравнение примет вид $\frac{d^2 u_x}{dt^2} = -\left(\frac{q}{m} B\right)^2 u_x$. Это уравнение аналогично

уравнению, описывающему гармонические колебания. Поэтому решение можно искать в виде $u_x = A \sin(\omega t + \theta)$, где A , ω , θ – искомые константы. Подставив u_x в дифференциальное уравнение, получим

$$\frac{d^2 u_x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \theta) = -\omega^2 u_x = -\left(\frac{q}{m} B\right)^2 u_x.$$

Следовательно, $\omega = \frac{q}{m} B$.

Вернувшись к переменной $v_x = u_x + \frac{E}{B}$ и учитывая, что

$$v_y = \frac{1}{(q/m)B} \frac{dv_x}{dt} = \frac{1}{\omega} \frac{dv_x}{dt}, \text{ получим}$$

$$v_x = A \sin(\omega t + \theta) + \frac{E}{B},$$

$$v_y = A \cos(\omega t + \theta).$$

Значения констант A и θ найдем из начальных условий. В момент времени $t = 0$ частица имела скорости $v_x(0)$ и $v_y(0)$:

$$v_x(0) = A \sin \theta + \frac{E}{B} \text{ и } v_y(0) = A \cos \theta,$$

или $A \sin \theta = v_x(0) - \frac{E}{B} \text{ и } A \cos \theta = v_y(0).$

Тогда из отношения этих уравнений $\operatorname{tg} \theta = \frac{v_x(0) - \frac{E}{B}}{v_y(0)},$

а из суммы квадратов $A^2 = \left(v_x(0) - \frac{E}{B}\right)^2 + (v_y(0))^2.$

Проинтегрировав выражения для скорости, получим зависимость координат x и y от времени t

$$x(t) = C_x - \frac{A}{\omega} \cos(\omega t + \theta) + \frac{E}{B} t,$$

$$y(t) = C_y + \frac{A}{\omega} \sin(\omega t + \theta).$$

В начальный момент времени частица находилась в начале координат $x(0) = 0$, $y(0) = 0$, $z(0) = 0$. Поэтому $C_x = \frac{A}{\omega} \cos \theta = \frac{1}{\omega} v_y(0)$ и

$$C_y = -\frac{A}{\omega} \sin \theta = -\frac{1}{\omega} \left(v_x(0) - \frac{E}{B} \right).$$

Введем обозначение $R = \frac{A}{\omega}$. Тогда закон движения частицы можно записать в следующем виде

$$x(t) = \frac{1}{\omega} v_y(0) - R \cos(\omega t + \theta) + \frac{E}{B} t,$$

$$y(t) = -\frac{1}{\omega} \left(v_x(0) - \frac{E}{B} \right) + R \sin(\omega t + \theta),$$

$$z(t) = 0.$$

1.2. Анализ движения частицы

Для анализа характера траектории проведем следующие преобразования. Полученные законы движения частицы

$$x = C_x - R \cos(\omega t + \theta) + \frac{E}{B} t,$$

$$y = C_y + R \sin(\omega t + \theta).$$

запишем в виде

$$x - \left(C_x + \frac{E}{B} t \right) = -R \cos(\omega t + \theta),$$

$$y - C_y = R \sin(\omega t + \theta).$$

Оба уравнения возведем в квадрат и сложим

$$\left(x - \left(C_x + \frac{E}{B} t \right) \right)^2 + (y - C_y)^2 = R^2 (\cos^2(\omega t + \theta) + \sin^2(\omega t + \theta)),$$

$$\left(x - \left(C_x + \frac{E}{B} t \right) \right)^2 + (y - C_y)^2 = R^2 \text{ или } (x - x_R)^2 + (y - y_R)^2 = R^2,$$

где

$$x_R = C_x + \frac{E}{B} t, \quad y_R = C_y.$$

Полученное уравнение является уравнением окружности с центром в точке (x_R, y_R) и радиусом R . Из явного вида координат центра окружности (x_R, y_R) следует, что центр окружности равномерно движется вдоль оси ОХ (рис. 2). То есть **движение частицы** можно интерпретировать как **движение по окружности, центр которой перемещается равномерно и прямолинейно** в плоскости окружности перпендикулярно и напряженности электрического, и индукции магнитного полей.

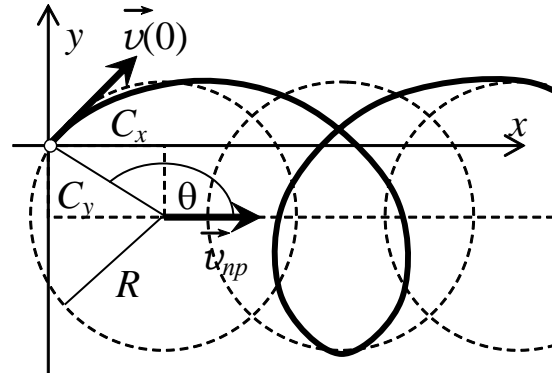


Рис. 2

Таким образом, движение частицы представляет суперпозицию движения по окружности (круговая составляющая движения) в плоскости ХОУ и прямолинейного равномерного движения в направлении оси ОХ (прямолинейная составляющая движения).

Прямолинейное движение (прямолинейная составляющая) характеризуется:

постоянной скоростью
$$v_{np} = \frac{E}{B}.$$

Движение по окружности (круговая составляющая) характеризуется:

постоянной линейной скоростью $\omega = \frac{q}{m} B$ и периодом $T = \frac{2\pi}{\omega},$

радиусом
$$R = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(v_x(0) - \frac{E}{B}\right)^2 + (v_y(0))^2},$$

начальной фазой θ , для которой $\operatorname{tg} \theta = \frac{v_x(0) - \frac{E}{B}}{v_y(0)},$

и положением центра окружности относительно начала системы координат ХОУ:

$$C_x = \frac{1}{\omega} v_y(0), \quad C_y = -\frac{1}{\omega} \left(v_x(0) - \frac{E}{B}\right).$$

Линейная скорость движения по окружности равна

$$v_{кр} = R\omega = \sqrt{\left(v_x(0) - \frac{E}{B}\right)^2 + (v_y(0))^2} = A.$$

Траектория движения частицы представляет собой двумерную кривую, которая параметрически описана полученными законами движения, и в общем случае называется **трохоидой**.

В зависимости от напряженности электрического E и индукции магнитного B полей соотношение между скоростями прямолинейного движения v_{np} и движения по окружности $v_{кр}$ может быть различным (рис. 3).

Рассмотрим возможные случаи.

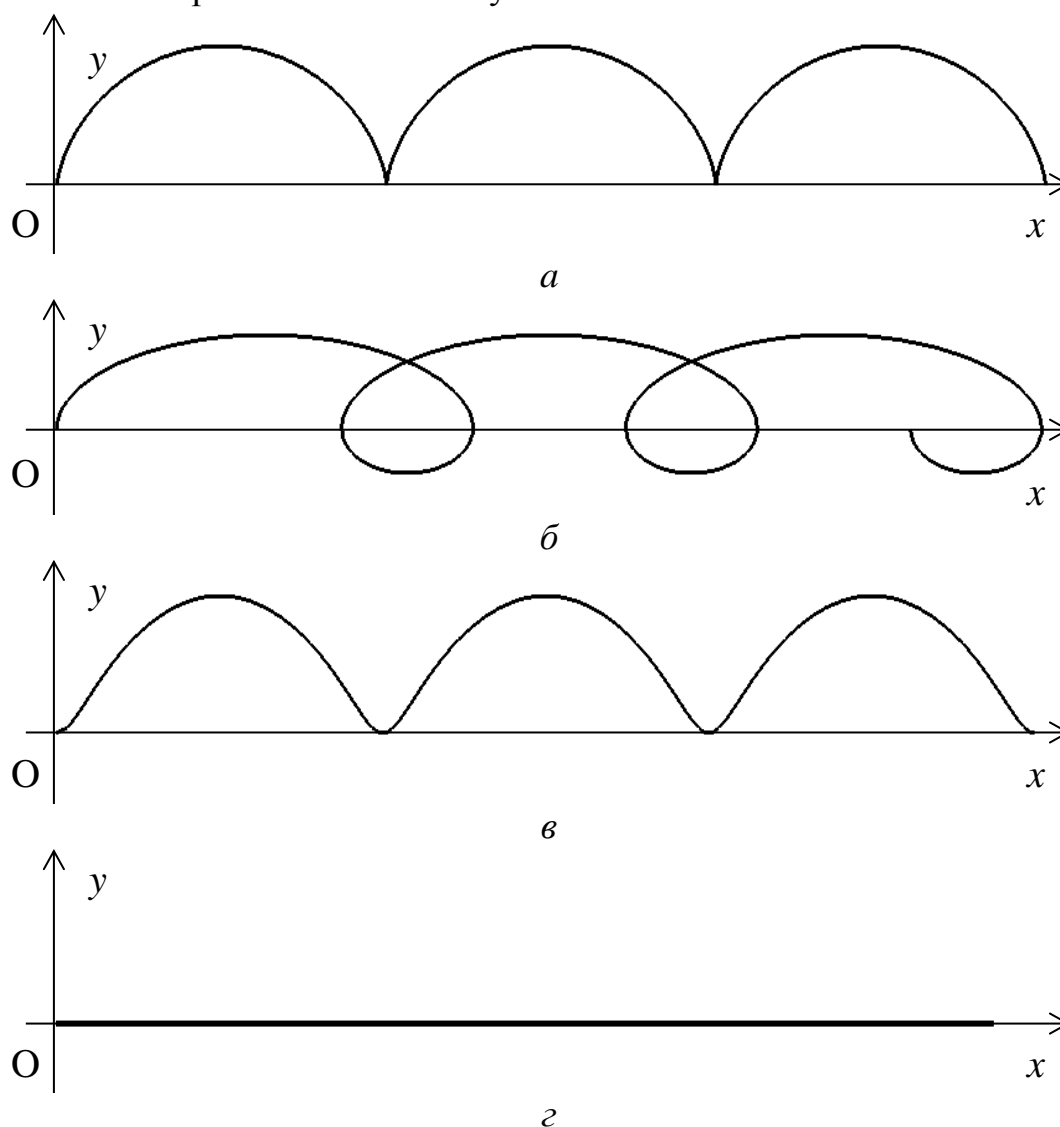


Рис. 3

Если скорости прямолинейного движения v_{np} и движения по окружности $v_{кр}$ равны: $v_{np} = v_{кр}$, траектория движения называется **циклоидой** (частный случай трохоиды) (рис. 3а). Такое движение возможно, например, когда начальная скорость частицы равна нулю:

$$v_x(0) = 0, v_y(0) = 0 \Rightarrow \frac{E}{B} = \sqrt{\left(v_x(0) - \frac{E}{B}\right)^2 + (v_y(0))^2} \Rightarrow v_{np} = v_{кр}.$$

Если скорость прямолинейного движения v_{np} меньше линейной скорости движения по окружности $v_{кр}$: $v_{np} < v_{кр}$, траектория движения называется **трохоидой** и имеет петли (рис. 3б).

$$v_{np} < v_{кр} \Rightarrow \frac{E}{B} < \sqrt{\left(\frac{E}{B} - v_x(0)\right)^2 + (v_y(0))^2}.$$

Такое движение возможно, например, когда начальная скорость частицы направлена вдоль оси ОУ ($v_x(0) = 0$, $v_y(0) \neq 0$) или начальная скорость имеет направление, противоположное оси ОХ ($v_x(0) < 0$, $v_y(0) = 0$).

Если скорость прямолинейного движения v_{np} больше линейной скорости движения по окружности $v_{кр}$: $v_{np} > v_{кр}$, траектория движения также называется **трохоидой**, но петель не имеет (рис. 3в).

$$v_{np} > v_{кр} \Rightarrow \frac{E}{B} > \sqrt{\left(\frac{E}{B} - v_x(0)\right)^2 + (v_y(0))^2}.$$

Такое движение возможно, например, когда начальная скорость частицы имеет направление, совпадающее с направлением прямолинейного движения центра окружности – вдоль оси ОХ: $v_x(0) > 0$, $v_y(0) = 0$, а модуль скорости незначительно отличается от модуля скорости прямолинейного движения $v_x(0) \approx \frac{E}{B}$, но не равен ему.

Если начальная скорость частицы имеет то же направление, что и прямолинейное движение центра окружности – вдоль оси ОХ: $v_y(0) = 0$, а ее модуль равен модулю скорости прямолинейного движения $v_x(0) = \frac{E}{B}$, то радиус окружности обращается в ноль. Частица движется **равномерно и прямолинейно** вдоль оси ОХ (рис. 3г).

Из приведенных примеров видно, что в большинстве случаев траектория частицы носит повторяющийся характер. Наименьший полностью повторяющийся фрагмент кривой (трохоиды, циклоиды) называют **витком трохойды (циклоиды)**.

2. Рабочие формулы

1. **Движение частицы является периодическим** с периодом T . В направлении оси ОХ движение частицы описывается уравнением

$x(t) = C_x - R \cos(\omega t + \theta) + \frac{E}{B}t$, где $x(0) = 0$. За один период $t = T$ частица совершает полный оборот и смещается по оси ОХ на расстояние $x(T) - x(0) = \frac{E}{B}T$, пройдя при этом целый виток трохоиды (циклоиды). За n периодов частица вдоль оси ОХ сместится на расстояние $\Delta x = x(nT) - x(0) = \frac{E}{B}nT$, при этом y -координата частицы окажется такой же, как n периодов назад. Измерив смещение Δx частицы за n целых витков трохоиды (циклоиды) вдоль оси ОХ, можно определить период круговой составляющей движения частицы $T = \frac{\Delta x B}{n E}$, а, следова-

тельно, частоту $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и отношение заряда частицы к ее массе $\frac{q}{m} = \frac{\omega}{B}$ (удельный заряд).

2. В направлении оси ОУ движение частицы описывается уравнением $y(t) = C_y + R \sin(\omega t + \theta)$ и является ограниченным. Координата y принимает значения от $y_{\min} = C_y - R$ (когда $\sin = -1$) до $y_{\max} = C_y + R$ (когда $\sin = +1$). Измерив y_{\min} и y_{\max} , можно определить радиус круговой составляющей движения $R = \frac{1}{2}(y_{\max} - y_{\min})$.

3. Зависимость радиуса круговой составляющей движения частицы от начальной скорости носит сложный характер

$R = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(v_x(0) - \frac{E}{B}\right)^2 + (v_y(0))^2}$. Однако, возможны два случая, когда эта зависимость значительно упрощается:

- начальная скорость направлена вдоль оси ОХ ($v_x(0) \neq 0$, $v_y(0) = 0$), тогда $R = \frac{1}{\omega} \left| v_x(0) - \frac{E}{B} \right|$;
- x -компонента начальной скорости равна отношению E/B ($v_x(0) = \frac{E}{B}$, $v_y(0) \neq 0$), тогда $R = \frac{1}{\omega} |v_y(0)|$;

В обоих случаях зависимости радиуса круговой составляющей движения от начальной скорости частицы $R = R(v_x(0))$ и $R = R(v_y(0))$ носят кусочно-линейный характер. Модуль тангенса угла наклона каждого

отрезка прямой обратно пропорционален ω : $|\operatorname{tg} \alpha| = \frac{1}{\omega}$. Что также позволяет определить отношение заряда частицы к ее массе

$$\frac{q}{m} = \frac{\omega}{B} = \frac{1}{B |\operatorname{tg} \alpha|}.$$

3. Модель экспериментальной установки

В данной работе с помощью средств компьютерной графики моделируется движение заряженной частицы во взаимно перпендикулярных однородных стационарных электрическом и магнитном полях. Напряженность электрического поля можно изменять в интервале от -200 до 200 В/см, индукцию магнитного поля – в интервале от 0 до 200 мТл. Начальная скорость частицы задается путем изменения ее проекций на оси OX и OY . Проекция начальной скорости на ось OZ всегда считается равной нулю. Ось OZ и магнитное поле направлены перпендикулярно области эксперимента, представляющей собой плоскость HOY .

Частица начинает свое движение из начала системы координат, расположенного в центре области эксперимента. Во время движения частица оставляет след на плоскости HOY в области эксперимента, что позволяет проводить измерения. Для повышения точности измерений в работе существует возможность увеличения масштаба отображения области эксперимента.

Для измерения координат частицы в работе используются две линейки, цена деления которых в зависимости от масштаба отображения области эксперимента может изменяться от 1 до $0,2$ см. При указанных условиях погрешность определения отношения заряда частицы к ее массе в эксперименте не превышает $0,3\text{--}0,9\%$.

Работа выполняется на IBM-совместимом персональном компьютере в виде самостоятельного Windows-приложения. Для удобства выполнения работы в программе предусмотрены три раздела: краткое описание работы; порядок выполнения работы и эксперимент. Переключение между разделами осуществляется с помощью кнопок «Ход работы» и «Эксперимент». Нажатие этих кнопок в зависимости от контекста работы программы приводит либо к вызову соответствующих разделов, либо к возвращению в раздел описания.

Раздел программы «Эксперимент» содержит раскрывающийся список для выбора частицы, счетчики для изменения значений напряженности электрического поля, индукции магнитного поля и проекций

начальной скорости частицы на оси ОХ и ОУ, а также вспомогательные кнопки, позволяющие управлять экспериментом.

Варианты выполнения работы

Вариант	Частица
1	Протон
2	Ядро гелия (${}^4_2\text{He}$)
3	Ядро лития (${}^7_3\text{Li}$)
4	Ядро бора (${}^{11}_5\text{B}$)
5	Ядро бериллия (${}^9_4\text{Be}$)
6	Ядро алюминия (${}^{27}_{13}\text{Al}$)
7	Отрицательный ион углерода (C^{4-})
8	Отрицательный ион азота (N^{3-})
9	Отрицательный ион кислорода (O^{2-})
10	Отрицательный ион кремния (Si^{4-})

4. Порядок выполнения работы

4.1. Краткое описание хода работы

1. Выберите частицу (по указанию преподавателя).
- Упражнение 1. Изучение зависимости ПЕРИОДА круговой составляющей движения частицы от напряженности электрического поля.**
2. Задайте x - и y -компоненты начальной скорости частицы равные нулю.
3. Задайте максимальное положительное значение напряженности электрического поля.
4. Подберите значение индукции магнитного поля, чтобы траектория движения частицы не выходила за границы области эксперимента.
5. Выполните эксперимент для 8 значений напряженности электрического поля.
6. Для каждого эксперимента подсчитайте количество целых витков циклоиды.
7. Измерьте x -координаты частицы, соответствующие концу последнего целого витка циклоиды.

8. Вычислите период круговой составляющей движения и отношение заряда частицы к ее массе.

9. Постройте график зависимости периода круговой составляющей движения частицы от напряженности электрического поля.

Упражнение 2. Изучение зависимости ПЕРИОДА круговой составляющей движения частицы от индукции магнитного поля.

10. Задайте x - и y -компоненты начальной скорости частицы равные нулю.

11. Задайте значение индукции магнитного поля равным 25 мТл.

12. Подберите значение напряженности электрического поля так, чтобы траектория движения частицы не выходила за границы области эксперимента.

13. Выполните эксперимент для 6 значений индукции магнитного поля.

14. Для каждого эксперимента подсчитайте количество целых витков циклоиды.

15. Измерьте x -координаты частицы, соответствующие концу последнего целого витка циклоиды.

16. Вычислите период круговой составляющей движения и отношение заряда частицы к ее массе.

17. Постройте график зависимости периода круговой составляющей движения частицы от индукции магнитного поля.

Упражнение 3. Изучение зависимости РАДИУСА круговой составляющей движения частицы от горизонтальной компоненты начальной скорости.

18. Задайте y -компоненту начальной скорости частицы равной нулю.

19. Подберите значения полей и x -компоненты начальной скорости, чтобы траектория движения частицы не выходила за границы области эксперимента.

20. Выполните эксперимент для 9–10 значений x -компоненты начальной скорости.

21. Для каждого эксперимента измерьте максимальное и минимальное значение y -координаты частицы.

22. Вычислите радиус круговой составляющей движения частицы.

23. Постройте график зависимости радиуса круговой составляющей движения частицы от горизонтальной компоненты начальной скорости частицы.

24. По углу наклона графика определите отношение заряда частицы к ее массе.

Упражнение 4. Изучение зависимости РАДИУСА круговой составляющей движения частицы от вертикальной компоненты начальной скорости.

25. Задайте x -компоненту начальной скорости частицы равной 100 км/с, а y -компоненту – равной 1000 км/с.

26. Подберите значения полей, чтобы траектория движения частицы не выходила за границы области эксперимента.

27. Выполните эксперимент для 9–10 значений y -компоненты начальной скорости.

28. Для каждого эксперимента измерьте максимальное и минимальное значение y -координаты частицы.

29. Вычислите радиус круговой составляющей движения частицы.

30. Постройте график зависимости радиуса круговой составляющей движения от вертикальной компоненты начальной скорости частицы.

31. По углу наклона графика определите отношение заряда частицы к ее массе.

32. По результатам упражнений 1 и 2 вычислите среднее значение отношения заряда частицы к ее массе.

33. Вычислите теоретическое значение отношения заряда частицы к ее массе.

34. Сделайте выводы.

4.2. Подробное описание хода работы

При выполнении работы рекомендуется следующая последовательность действий:

1. Раскрывающийся список «*Частица*» содержит набор ядер и ионов, обладающих разными массами и зарядами: протон, ядро гелия (альфа-частица), ядра лития, бора, бериллия, алюминия, отрицательные ионы углерода, азота, кислорода, кремния. Выберите частицу, с которой будет происходить эксперимент (по указанию преподавателя). Для выбранной частицы под списком автоматически указываются ее заряд и масса, необходимые для расчета теоретического значения удельного заряда.

Упражнение 1. Изучение зависимости периода круговой составляющей движения частицы от напряженности электрического поля.

Движение частицы в стационарных однородных взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях происходит по двумерной траектории – трохоиде (циклоиде), которую можно представить как **суперпозицию движения по окружности** (круговая составляющая движения) в плоскости $ХОУ$, перпендикулярной вектору индукции магнитного поля, **и прямолинейного равномерного движения** (прямолинейная составляющая движения) в направлении оси $ОХ$, перпендикуляр-

ной и вектору напряженности электрического поля, и вектору индукции магнитного поля.

В этом упражнении необходимо построить график зависимости периода круговой составляющей (составляющей, описывающей движения по окружности) движения частицы от напряженности электрического поля при неизменной индукции магнитного поля.

Траектория частицы носит повторяющийся характер. Наименьший полностью повторяющийся фрагмент кривой (трохоиды, циклоиды) называют витком трохойды (циклоиды).

2. Траектория частицы будет представлять собой циклоиду, когда начальная скорость частицы равна нулю. С помощью счетчиков «**X-компонента**» и «**Y-компонента**» на панели инструментов «**Начальная скорость**» установите нулевые значения компонент начальной скорости.

3. Напряженность электрического поля можно изменять в диапазоне от -200 до 200 В/см. С помощью счетчика «**Напряженность электрического поля**» на панели инструментов «**Поля**» установите максимальное значение напряженности.

4. Индукцию магнитного поля можно изменять в диапазоне от 0 до 200 мТл. С помощью счетчика «**Индукция магнитного поля**» на панели инструментов «**Поля**» установите значение индукции равное 10 мТл. С помощью раскрывающегося списка «**Масштаб**» выберите масштаб отображения области эксперимента равный 100% . Нажмите кнопку «**Начать эксперимент**» – частица начнет двигаться в заданных условиях. Наблюдайте за траекторией частицы. Эксперимент закончится, когда частица покинет область эксперимента.

Необходимо подобрать значение индукции магнитного поля так, чтобы при напряженности 200 В/см в области эксперимента в масштабе 100% наблюдался один целый виток циклоиды (или немного больше). Если в области эксперимента наблюдается менее одного витка циклоиды, измените индукцию магнитного поля произвольным образом и вновь выполните эксперимент.

После того как искомое значение индукции магнитного поля найдено, зафиксируйте его и очистите область эксперимента с помощью кнопки «**Очистить изображение**».

Найденное значение индукции магнитного поля запишите в таблицу 1.

5. Разделите диапазон изменения напряженности электрического поля $[-200$ В/см; 200 В/см] на 8 равных частей и получите 9 значений (например, через 50 В/см: $200, 150, \dots, -200$). Для каждого значения напряженности выполните эксперимент, не очищая области эксперимента (для значения $E = 0$ эксперимент выполнять не нужно). При этом индукция магнитного поля должна оставаться постоянной, равной значению, подобранному при выполнении пункта 4.

6. Во время движения частицы считайте количество целых витков циклоиды. Если витки имеют малую амплитуду и подсчитать количество витков во время движения не удастся, по окончании эксперимента увеличьте масштаб области эксперимента с помощью раскрывающегося списка «**Масштаб**» так, чтобы удобно было подсчитать количество витков. Для перемещения увеличенной области эксперимента используйте вертикальную и горизонтальную полосы прокрутки.

7. Масштаб отображения области эксперимента можно изменять от 50% до 500% . При изменении масштаба изменяется цена деления измерительных линеек, которые расположены сверху и слева от области эксперимента. Для выбранного

масштаба цена деления линеек указывается рядом со списком **«Масштаб»**. С помощью раскрывающегося списка **«Масштаб»** максимально (500%) увеличьте масштаб области эксперимента.

Для перемещения увеличенной области эксперимента используйте вертикальную и горизонтальную полосы прокрутки.

Над областью эксперимента расположена горизонтальная измерительная линейка, которая оборудована ползунком **«Измерение координаты X»** и синхронизованной с ним вертикальной измерительной линией. Перемещая ползунок **«Измерение координаты X»**, совместите измерительную линию с концом последнего целого витка первой траектории частицы. По горизонтальной линейке, учитывая цену деления, определите искомую координату – смещение частицы Δx в направлении оси OX за целое количество периодов. Повторите измерения для конца последнего целого витка каждой траектории.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 1.

После окончания измерений очистите область эксперимента с помощью кнопки **«Очистить изображение»** и вернитесь к первоначальному масштабу (100%).

Из проведенных опытов выберите 3–4 так, чтобы изучаемые зависимости выглядели наиболее ярко. Например, для $-200, -100, 100, 200$ В/см. Повторите эти опыты. Полученные траектории зарисуйте или сохраните в виде bmp- или jpg-файла (в масштабе 100%) с помощью кнопки **«Сохранить изображение»**, расположенной над областью эксперимента. Сохранить график зависимости x -координаты тела от времени. Для этого нажмите кнопку **«График $x(t)$ »**, а затем в появившемся окне – кнопку **«Сохранить график»**. С помощью кнопки **«Завершить просмотр»** вернитесь в основное окно приложения. Аналогично сохраните график зависимости y -координаты тела от времени.

Вновь очистите область эксперимента.

8. Каждый целый виток циклоиды соответствует полному периоду при движении частицы по окружности (круговая составляющая движения). Смещение $\Delta x = x - 0$ частицы из начального положения вдоль оси OX за время, равное целому количеству периодов, пропорционально количеству периодов: $\Delta x = \frac{E}{B} nT$. Отсюда найдите период движения частицы по окружности движения для каждого эксперимента. Для повышения точности результатов в расчетах рекомендуется использовать смещение за максимально возможное для каждого эксперимента количество полных периодов (целых витков циклоиды). Рекомендуется выразить период в микросекундах с точностью до четырех значащих цифр.

Период T связан с угловой скоростью ω : $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Угловая скорость определя-

ется отношением заряда частицы к ее массе: $\omega = \frac{q}{m} B$. Зная период T и индукцию магнитного поля B , найдите отношение q/m – экспериментальное значение.

9. Постройте график зависимости периода круговой составляющей движения частицы от напряженности электрического поля. Проанализируйте характер полученной зависимости. Соответствует ли он теории?

Упражнение 2. Изучение зависимости периода круговой составляющей движения частицы от индукции магнитного поля.

Движение частицы в стационарных однородных взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях происходит по двумерной траектории – трохоиде (циклоиде), которую можно представить как **суперпозицию движения по окружности** (круговая составляющая движения) в плоскости $ХОУ$, перпендикулярной вектору индукции магнитного поля, и **прямолинейного равномерного движения** (прямолинейная составляющая движения) в направлении оси $ОХ$, перпендикулярной и вектору напряженности электрического поля, и вектору индукции магнитного поля.

В этом упражнении необходимо построить график зависимости периода круговой составляющей (составляющей, описывающей движения по окружности) движения частицы от индукции магнитного поля при неизменной напряженности электрического поля.

10. Траектория частицы будет представлять собой циклоиду, когда начальная скорость частицы равна нулю. С помощью счетчиков «**Х-компонента**» и «**У-компонента**» на панели инструментов «**Начальная скорость**» установите нулевые значения компонент начальной скорости.

11. С помощью счетчика «**Индукция магнитного поля**» на панели инструментов «**Поля**» установите значение индукции равное 25 мТл.

12. Напряженность электрического поля можно изменять в диапазоне от –200 до 200 В/см. С помощью счетчика «**Напряженность электрического поля**» на панели инструментов «**Поля**» установите значение напряженности равное 200 В/см. С помощью раскрывающегося списка «**Масштаб**» выберите масштаб отображения области эксперимента равный 100%. Нажмите кнопку «**Начать эксперимент**» – частица начнет двигаться в заданных условиях. Наблюдайте за траекторией частицы. Эксперимент закончится, когда частица покинет область эксперимента.

Необходимо подобрать значение напряженности электрического поля так, чтобы при индукции магнитного поля 25 мТл в области эксперимента при масштабе 100% наблюдался один целый виток циклоиды (или немного больше). Если в области эксперимента наблюдается менее одного витка циклоиды, измените напряженность электрического поля произвольным образом и вновь выполните эксперимент.

После того как искомое значение напряженности электрического поля найдено, зафиксируйте его и очистите область эксперимента с помощью кнопки «**Очистить изображение**».

Найденное значение напряженности электрического поля запишите в таблицу 1.

13. Диапазон значений индукции магнитного поля [25; 125 мТл] разделите на 5 равных частей и получите 6 значений (например, через 25 мТл: 25, 50, ... 125). Для каждого значения индукции выполните эксперимент, не очищая области эксперимента. При этом напряженность электрического поля должна оставаться постоянной, равной значению, подобранному при выполнении пункта 12.

14. Во время движения частицы считайте количество целых витков циклоиды. Если витки имеют малую амплитуду и подсчитать количество витков во время движения не удастся, по окончании эксперимента увеличьте масштаб области эксперимента с помощью раскрывающегося списка «**Масштаб**» так, чтобы удобно было подсчитать количество витков. Для перемещения увеличенной области эксперимента используйте вертикальную и горизонтальную полосы прокрутки.

15. С помощью раскрывающегося списка **«Масштаб»** максимально (500%) увеличьте масштаб области эксперимента. Для перемещения увеличенной области эксперимента используйте вертикальную и горизонтальную полосы прокрутки.

Над областью эксперимента расположена горизонтальная измерительная линейка, которая оборудована ползуном **«Измерение координаты X»** и синхронизированной с ним вертикальной измерительной линией. Перемещая ползунок **«Измерение координаты X»**, совместите измерительную линию с концом последнего целого витка первой траектории частицы. По горизонтальной линейке, учитывая цену деления, определите искомую координату – смещение частицы Δx в направлении оси ОХ за целое количество периодов. Повторите измерения для конца последнего целого витка каждой траектории.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 1.

После окончания измерений очистите область эксперимента с помощью кнопки **«Очистить изображение»** и вернитесь к первоначальному масштабу (100%).

16. По тем же формулам, что и в пункте 8, вычислите период T и отношение заряда частицы к ее массе q/m .

17. Постройте график зависимости периода круговой составляющей движения частицы от индукции магнитного поля. Проанализируйте характер полученной зависимости. Соответствует ли он теории?

Упражнение 3. Изучение зависимости радиуса круговой составляющей движения частицы от горизонтальной компоненты начальной скорости.

Движение частицы в стационарных однородных взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях происходит по двумерной траектории – трохоиде (циклоиде), которую можно представить как **суперпозицию движения по окружности** (круговая составляющая движения) в плоскости ХОУ, перпендикулярной вектору индукции магнитного поля, и **прямолинейного равномерного движения** (прямолинейная составляющая движения) в направлении оси ОХ, перпендикулярной и вектору напряженности электрического поля, и вектору индукции магнитного поля.

В этом упражнении необходимо построить график зависимости радиуса окружности, движущейся равномерно и прямолинейно вдоль оси ОХ и являющейся круговой составляющей движения частицы, от горизонтальной компоненты начальной скорости при неизменных напряженности электрического и индукции магнитного полей.

Если начальная скорость частицы отлична от нуля, траектория частицы будет представлять собой трохоиду.

18. Горизонтальную и вертикальную компоненты начальной скорости частицы можно изменять в диапазоне от -1000 до 1000 км/с. С помощью счетчика **«У-компонента»** на панели инструментов **«Начальная скорость»** установите нулевое значение вертикальной компоненты начальной скорости частицы.

19. С помощью счетчика **«Х-компонента»** на панели инструментов **«Начальная скорость»** установите отрицательное значение горизонтальной компоненты начальной скорости равное -1000 км/с.

Напряженность электрического поля можно изменять в диапазоне от -200 до 200 В/см. Индукцию магнитного поля можно изменять в диапазоне от 0 до 200 мТл. С помощью счетчиков **«Напряженность электрического поля»** и **«Индукция маг-**

нитного поля» на панели инструментов **«Поля»** установите максимальные значения обеих величин.

С помощью раскрывающегося списка **«Масштаб»** выберите масштаб отображения области эксперимента равный 100%. Нажмите кнопку **«Начать эксперимент»** – частица начнет двигаться в заданных условиях. Наблюдайте за траекторией частицы. Эксперимент закончится, когда частица покинет область эксперимента.

Необходимо подобрать значения напряженности электрического и индукции магнитного полей и x -компоненты начальной скорости так, чтобы траектория частицы при масштабе 100% занимала в области эксперимента максимально возможное пространство, но не выходила за ее пределы по вертикали.

Для этого (рекомендации):

- если траектория частицы «слишком большая» (выходит за пределы области эксперимента по вертикали) – изменяйте значение x -компоненты начальной скорости;
- если траектория частицы «маленькая» (занимает не все доступное пространство в области эксперимента) – одновременно изменяйте напряженность электрического и индукцию магнитного полей так, чтобы отношение E/B оставалось неизменным.

Найденные значения напряженности электрического и индукции магнитного полей, а также горизонтальной компоненты скорости запишите в таблицу 2.

Найденное значение x -компоненты начальной скорости обозначим $v_{гр}$. В этом упражнении диапазон изменения горизонтальной компоненты начальной скорости следует выбрать в пределах от $-v_{гр}$ до $v_{гр}$.

После того как искомые значения напряженности электрического и индукции магнитного полей и диапазон изменения горизонтальной компоненты скорости найдены, зафиксируйте их и очистите область эксперимента с помощью кнопки **«Очистить изображение»**.

20. Разделите диапазон изменения горизонтальной компоненты начальной скорости $[-v_{гр}; v_{гр}]$ на 9–10 равных частей. Для каждого значения горизонтальной составляющей выполните эксперимент, не очищая области эксперимента. При этом напряженность электрического, индукция магнитного полей и y -компонента начальной скорости должны оставаться фиксированными.

21. С помощью раскрывающегося списка **«Масштаб»** максимально (500%) увеличьте масштаб области эксперимента. Для перемещения увеличенной области эксперимента используйте вертикальную и горизонтальную полосы прокрутки.

Слева от области эксперимента расположена вертикальная измерительная линейка, которая оборудована ползуном **«Измерение координаты Y »** и синхронизированной с ним горизонтальной измерительной линией. Перемещая ползунок **«Измерение координаты Y »**, совместите измерительную линию с точками первой траектории частицы, имеющими максимальное значение y -координаты. По вертикальной линейке, учитывая цену деления, определите искомую координату. Аналогично определите минимальное значение y -координаты первой траектории. Повторите измерения для каждой траектории.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 2.

После окончания измерений очистите область эксперимента с помощью кнопки **«Очистить изображение»** и вернитесь к первоначальному масштабу (100%).

Из проведенных в этом упражнении опытов выберите 3–4 и сохраните (или зарисуйте) для них графики зависимостей $x = x(t)$, $y = y(t)$ и траекторий $y = y(x)$ как описано в пункте 7.

Вновь очистите область эксперимента.

22. Разница между максимальной и минимальной y -координатами траектории частицы (трохоиды) равна двум радиусам R окружности, движущейся равномерно и прямолинейно вдоль оси OX и являющейся круговой составляющей движения частицы: $y_{\max} - y_{\min} = 2R$. Учитывая, что точность измерения координат в масштабе 500% равна 0,2 см, рассчитайте радиус круговой составляющей движения для каждой траектории с точностью два десятичных знака после запятой.

23. Постройте график зависимости радиуса круговой составляющей движения частицы от горизонтальной компоненты начальной скорости частицы.

24. Если вертикальная компонента начальной скорости v_y равна нулю, то радиус круговой составляющей движения R зависит от горизонтальной компоненты начальной скорости v_x следующим образом: $R = \frac{1}{\omega} \left| v_x - \frac{E}{B} \right|$. График такой зависимости представляет собой два отрезка прямых с одинаковым по модулю тангенсом угла наклона $\tan \alpha$, равным $1/\omega$.

Для каждого отрезка графика определите модуль тангенса угла наклона, найдите среднее значение $|\overline{\tan \alpha}|$ и из соотношения $|\overline{\tan \alpha}| = \frac{1}{\omega}$ рассчитайте отношение заряда частицы к ее массе q/m .

Упражнение 4. Изучение зависимости радиуса круговой составляющей движения частицы от вертикальной компоненты начальной скорости.

Движение частицы в стационарных однородных взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях происходит по двумерной траектории – трохоиде (циклоиде), которую можно представить как **суперпозицию движения по окружности** (круговая составляющая движения) в плоскости $ХОУ$, перпендикулярной вектору индукции магнитного поля, и **прямолинейного равномерного движения** (прямолинейная составляющая движения) в направлении оси OX , перпендикулярной и вектору напряженности электрического поля, и вектору индукции магнитного поля.

В этом упражнении необходимо построить график зависимости радиуса круговой составляющей (составляющей, описывающей движение по окружности) движения частицы от вертикальной компоненты начальной скорости при неизменных напряженности электрического и индукции магнитного полей.

Если начальная скорость частицы отлична от нуля, траектория частицы будет представлять собой трохоиду.

25. Горизонтальную и вертикальную компоненты начальной скорости частицы можно изменять в диапазоне от -1000 до 1000 км/с. С помощью счетчика «**Y-компонента**» на панели инструментов «**Начальная скорость**» установите значение вертикальной компоненты начальной скорости равное 1000 км/с.

26. С помощью счетчика «**X-компонента**» на панели инструментов «**Начальная скорость**» установите значение горизонтальной компоненты начальной скорости частицы равное 100 км/с.

Напряженность электрического поля можно изменять в диапазоне от -200 до 200 В/см. Индукцию магнитного поля можно изменять в диапазоне от 0 до 200 мТл.

С помощью счетчиков **«Напряженность электрического поля»** и **«Индукция магнитного поля»** на панели инструментов **«Поля»** установите максимальные значения обеих величин.

С помощью раскрывающегося списка **«Масштаб»** выберите масштаб отображения области эксперимента равный 100%. Нажмите кнопку **«Начать эксперимент»** – частица начнет двигаться в заданных условиях. Наблюдайте за траекторией частицы. Эксперимент закончится, когда частица покинет область эксперимента.

Необходимо подобрать значения напряженности электрического и индукции магнитного полей так, чтобы при масштабе 100% траектория частицы занимала всю максимально доступную область эксперимента, но не выходила за ее пределы по вертикали. Если траектория частицы занимает НЕ ВСЮ область эксперимента по вертикали, одновременно уменьшите напряженность электрического и индукцию магнитного полей произвольным образом, но так, чтобы отношение E/B оставалось неизменным, и вновь выполните эксперимент.

Удовлетворяющие этим требованиям значения напряженности электрического и индукции магнитного полей запишите в таблицу 2.

После того как искомые значения напряженности электрического и индукции магнитного полей найдены, зафиксируйте их и очистите область эксперимента с помощью кнопки **«Очистить изображение»**.

27. Разделите диапазон изменения вертикальной компоненты начальной скорости $[-1000; 1000 \text{ км/с}]$ на 9–10 равных частей (например, через 250 км/с: 1000, 750,...). Для каждого значения у-компоненты скорости выполните эксперимент, не очищая области эксперимента, в масштабе 100%.

28. С помощью раскрывающегося списка **«Масштаб»** максимально (500%) увеличьте масштаб области эксперимента.

Перемещая ползунок **«Измерение координаты Y»**, совместите измерительную линию с точками первой траектории частицы, имеющими максимальное значение у-координаты. По вертикальной линейке, учитывая цену деления, определите искомую координату. Аналогично определите минимальное значение у-координаты первой траектории. Повторите измерения для каждой траектории.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ ЗАПИШИТЕ В ТАБЛИЦУ 2.

После окончания измерений очистите область эксперимента с помощью кнопки **«Очистить изображение»** и вернитесь к первоначальному масштабу (100%).

29. Рассчитайте радиус круговой составляющей движения для каждой траектории как описано в пункте 22.

30. Постройте график зависимости радиуса круговой составляющей движения частицы от вертикальной компоненты начальной скорости частицы.

31. Если горизонтальная составляющая начальной скорости u_x равна отношению E/B , то радиус круговой составляющей движения R зависит от вертикальной составляющей начальной скорости u_y следующим образом: $R = \frac{1}{\omega} |u_y|$. График такой зависимости представляет собой два отрезка прямых, выходящих из начала координат, с одинаковым по модулю тангенсом угла наклона $\tan \alpha$, равным $1/\omega$.

Для каждого отрезка графика определите модуль тангенса угла наклона, найдите среднее значение $|\overline{\tan \alpha}|$ и из соотношения $|\overline{\tan \alpha}| = \frac{1}{\omega}$ рассчитайте отношение заряда частицы к ее массе q/m .

32. По результатам упражнений 1 и 2 вычислите среднее значение отношения заряда частицы к ее массе. Для этого необходимо сложить все полученные значения q/m , а сумму поделить на количество значений.

33. Вычислите теоретическое значение отношения заряда частицы к ее массе q/m .

34. Сделайте выводы:

Является ли движение заряженной частицы во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях плоским?

Как называются кривые, по которым может двигаться заряженная частица во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях?

При каких условиях трохоида вырождается в циклоиду?

Можно ли описать движение заряженной частицы во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях суперпозицией движения по окружности и прямолинейного равномерного движения в плоскости окружности перпендикулярно и напряженности электрического, и индукции магнитного полей?

Как период круговой составляющей движения частицы зависит от напряженности электрического поля?

Как период движения по окружности, являющейся круговой составляющей движения частицы, зависит от индукции магнитного поля?

Как радиус окружности, являющейся круговой составляющей движения частицы, зависит от начальной скорости частицы?

Сравните среднее значение удельного заряда, полученное из упражнений 1 и 2, с удельным зарядом, полученным из графика, и теоретическим значением.

Таблица 1

Начальная скорость частицы (км/с):					
$v_x =$		$v_y =$		$v_z = 0$	
Напряженность электрического поля E , В/см	Индукция магнитного поля B , мТл	Количество витков циклоиды n	Смещение вдоль оси ОХ за n витков Δx , см	Период T , мкс	Удельный заряд q/m , Кл/кг

Таблица 2

Напряженность электрического поля E , В/см		Индукция магнитного поля B , мТл			
Начальная скорость частицы		у-координаты частицы		Радиус R , см	Тангенс угла наклона графика
v_x , км/с	v_y , км/с	y_{\max} , см	y_{\min} , см		
					Удельный заряд q/m , Кл/кг

5. Контрольные вопросы

1. Какие поля называются стационарными, однородными?
2. Каким дифференциальным уравнением описывается движение заряженной частицы во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях?
3. Какой кривой описывается движение заряженной частицы во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях?
4. В виде суперпозиции каких движений можно представить движение заряженной частицы во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях?
5. Как вид траектории зависит от соотношения между начальной скоростью частицы, напряженности электрического поля и индукции магнитного поля?
6. Как период движения по окружности, как круговой составляющей движения частицы, зависит от напряженности электрического поля и от индукции магнитного поля?
7. Как радиус окружности, выступающей в качестве круговой составляющей движения частицы, зависит от ее начальной скорости?

Учебное издание

РЕВИНСКАЯ Ольга Геннадьевна
КРАВЧЕНКО Надежда Степановна

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

Учебно-методическое пособие по изучению моделей
физических процессов и явлений на компьютере
с помощью лабораторной работы № МодЭ–01
для студентов всех специальностей

**Отпечатано в Издательстве ТПУ в полном соответствии с качеством
предоставленного оригинал-макета**

Подписано к печати _____.2015. Формат 60х84/16. Бумага «Классика».
Печать RISO. Усл.печ.л. _____. Уч.-изд.л. _____.
Заказ _____. Тираж 50 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru